

入学試験問題

数学(文科)



(配点 80 点)

令和 6 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号(表面 2 箇所、裏面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

座標平面上で、放物線 $C: y = ax^2 + bx + c$ が 2 点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$, $Q(-\cos \theta, \sin \theta)$ を通り、点 P と点 Q のそれぞれにおいて円 $x^2 + y^2 = 1$ と共通の接線を持っている。ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。

- (1) a, b, c を $s = \sin \theta$ を用いて表せ。
- (2) 放物線 C と x 軸で囲まれた図形の面積 A を s を用いて表せ。
- (3) $A \geq \sqrt{3}$ を示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

以下の問いに答えよ。必要ならば、 $0.3 < \log_{10} 2 < 0.31$ であることを用いてよい。

- (1) $5^n > 10^{19}$ となる最小の自然数 n を求めよ。
- (2) $5^m + 4^m > 10^{19}$ となる最小の自然数 m を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

座標平面上に 2 点 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$ をとる。 x 軸上の 2 点 $P(p, 0)$, $Q(q, 0)$ が、次の条件 (i), (ii) をともに満たすとする。

(i) $0 < p < 1$ かつ $p < q$

(ii) 線分 AP の中点を M とするとき、 $\angle OAP = \angle PMQ$

(1) q を p を用いて表せ。

(2) $q = \frac{1}{3}$ となる p の値を求めよ。

(3) $\triangle OAP$ の面積を S , $\triangle PMQ$ の面積を T とする。 $S > T$ となる p の範囲を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

n を 5 以上の奇数とする。平面上の点 O を中心とする円をとり、それに内接する正 n 角形を考える。 n 個の頂点から異なる 4 点を同時に選ぶ。ただし、どの 4 点も等確率で選ばれるものとする。選んだ 4 点を頂点とする四角形が O を内部に含む確率 p_n を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)